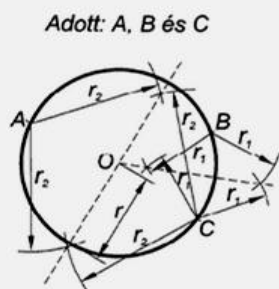


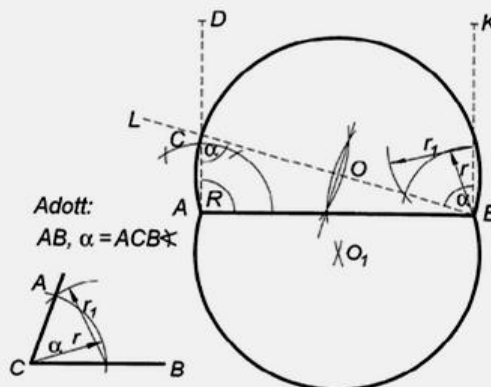
A látókör témájához

Látókörünkbe került a *látókör* geometriai témája, így elővezetjük a középiskolai tanulók érdeklődésére is számot tartható alábbi ábrázolási feladatot.

Először ismételjük át a látókör fogalmát és geometriai szerkesztését – 1. ábra!



202. ábra. Kör szerkesztése



203. ábra. Látókörívek szerkesztése

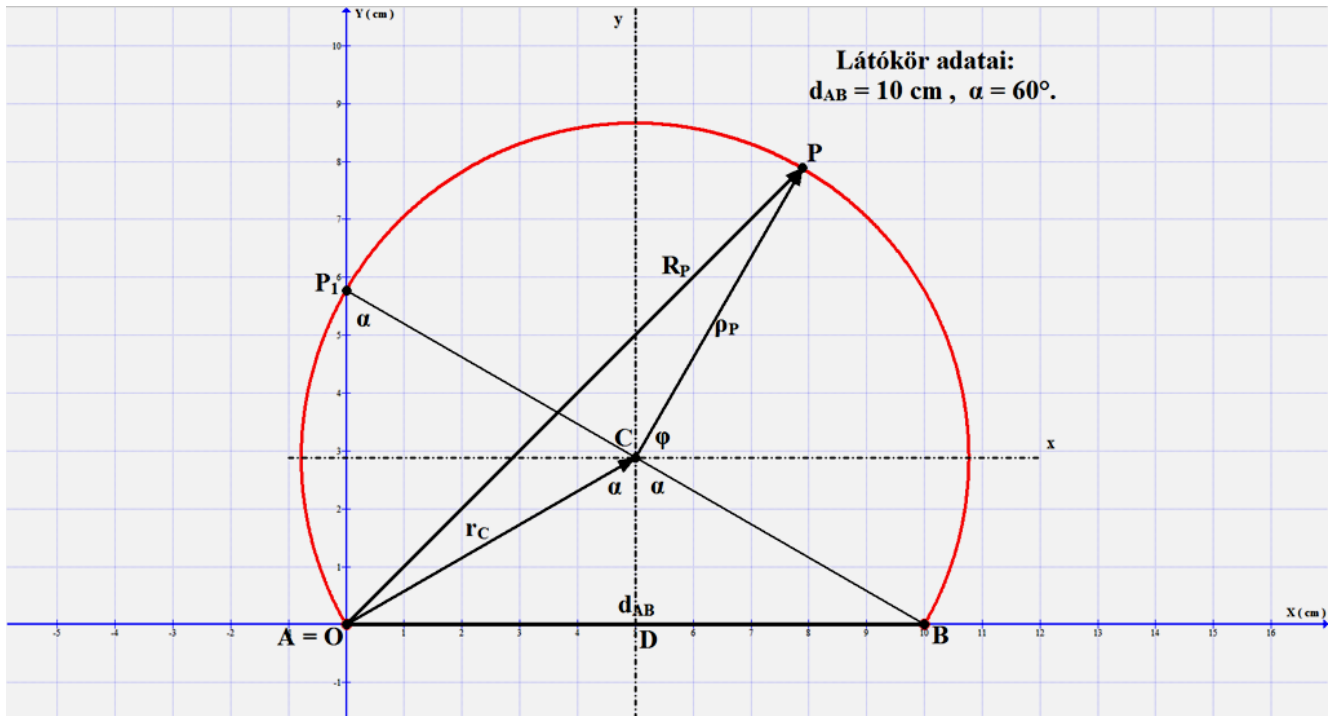
11. Megszerkesztendők azok a pontok, amelyekből egy adott egyenesszakasz adott szög alatt látszik. Az AB egyenesszakaszt (203. ábra) két olyan körív pontjaiból látjuk állandó α szög alatt, amelyek AB végpontjaira illeszkednek. Az O középpont meghatározásához az A és a B pontban szerkesszünk merőleget, és másoljuk le az ábra szerint az α szöget. Az AD és BL egyenesek met-

széspontja C . A BC szakasz O felezőpontja az egyik körív középpontja. A másik körív középpontját hasonlóan szerkesztjük meg.

1. ábra – forrása: [1]

Másodszor paraméteresen meghatározzuk a látókör leírására szolgáló egyenleteket, és konkrét, számszerű adatokkal bíró mintafeladatban mutatjuk be a levezetett egyenletek működését, a **Graph** ingyenes szoftverrel megrajzolva a látókört.

A látókör paraméteres egyenletrendszerének levezetéséhez tekintsük a 2. ábrát is! Ez az 1. ábrán bemutatott szerkesztés felhasználásával készült.



2. ábra

A 2. ábra szerint a felvett OXY és Cxy koordináta - rendszerekben a látókör egy P pont - jának $\mathbf{R}_P$ helyvektorára:

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{r}_C + \boldsymbol{\rho}_P . \quad (1)$$

A látókör r sugara az ADC vagy a P_1AB derékszögű háromszögből:

$$r = \frac{d_{AB}}{2 \cdot \sin \alpha} . \quad (2)$$

A C középpont helyvektora:

$$\mathbf{r}_C = r \cdot (\sin \alpha \cdot \mathbf{i} + \cos \alpha \cdot \mathbf{j}) . \quad (3)$$

Továbbá:

$$\boldsymbol{\rho}_P = r \cdot (\cos \varphi \cdot \mathbf{i} + \sin \varphi \cdot \mathbf{j}) . \quad (4)$$

Most (1), (3) és (4) - gyel:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_P &= r \cdot (\sin \alpha \cdot \mathbf{i} + \cos \alpha \cdot \mathbf{j}) + r \cdot (\cos \varphi \cdot \mathbf{i} + \sin \varphi \cdot \mathbf{j}) = \\ &= r \cdot [\mathbf{i} \cdot (\sin \alpha + \cos \varphi) + \mathbf{j} \cdot (\cos \alpha + \sin \varphi)] . \end{aligned} \quad (5)$$

Ezután (2) és (5) szerint:

$$\mathbf{R}_P = \frac{d_{AB}}{2 \cdot \sin \alpha} \cdot [\mathbf{i} \cdot (\sin \alpha + \cos \varphi) + \mathbf{j} \cdot (\cos \alpha + \sin \varphi)] ; \quad (6)$$

tekintettel az

$$\mathbf{R}_P = X_P \cdot \mathbf{i} + Y_P \cdot \mathbf{j} \quad (7)$$

összefüggésre is, (6) és (7) összehasonlításából:

$$X_P(d_{AB}, \alpha; \varphi) = \frac{d_{AB}}{2 \cdot \sin \alpha} \cdot (\sin \alpha + \cos \varphi), \quad (8)$$

$$Y_P(d_{AB}, \alpha; \varphi) = \frac{d_{AB}}{2 \cdot \sin \alpha} \cdot (\cos \alpha + \sin \varphi). \quad (9)$$

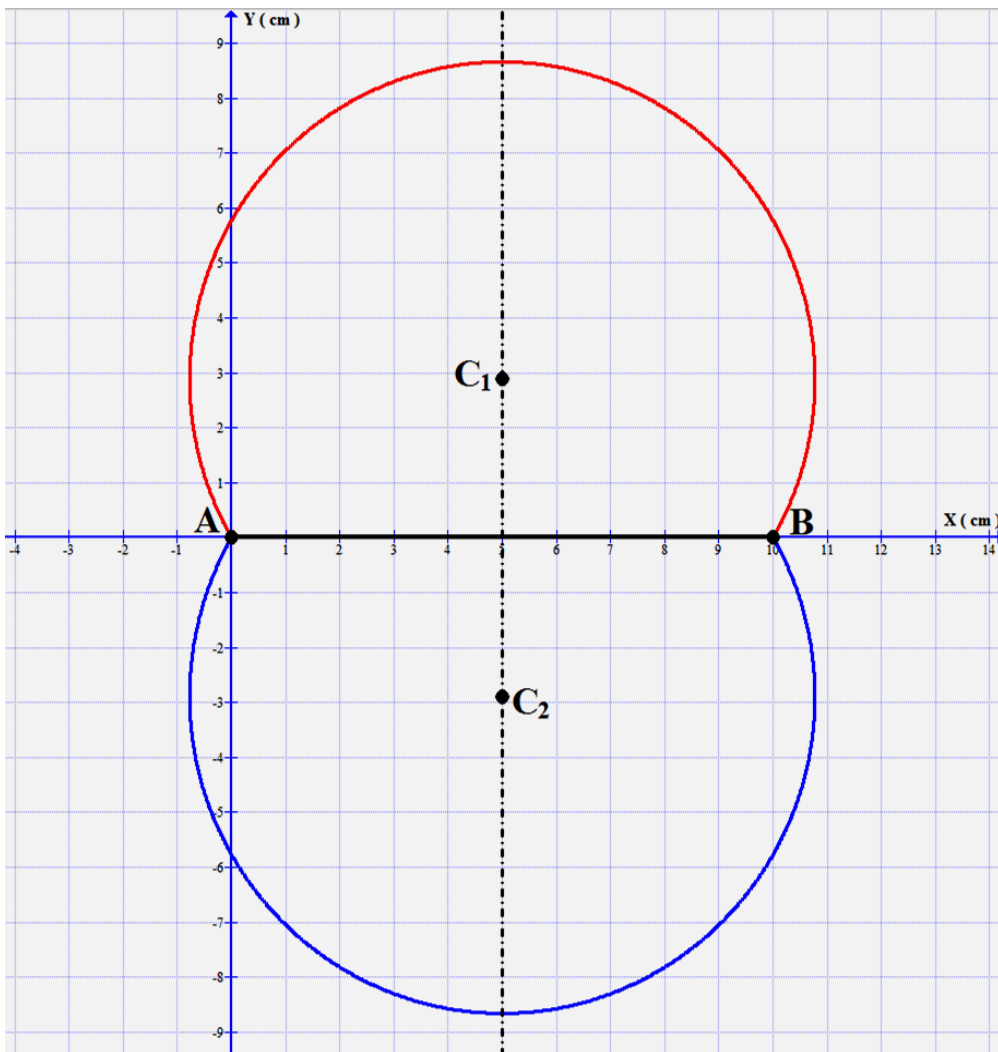
Az itt fellépő szögekre fennállnak az alábbi korlátozások:

$$0^\circ < \alpha < 180^\circ, \quad (10)$$

$$-(90^\circ - \alpha) \leq \varphi \leq 270^\circ - \alpha. \quad (11)$$

A (8), (9), (10), (11) összefüggésekkel és az ott feltüntetett adatokkal készült a 2. ábra látóköríve. Itt csak az 1. ábra szerinti „felső” körívet rajzoltuk meg, az „alsót” már nem.

Utóbbi az előbbinek az **AB** szakaszra való tükrözésével áll elő – 3. ábra.



3. ábra

A két látókör összevont implicit egyenlete, paraméteres felírásban:

$$\left(X - \frac{d_{AB}}{2}\right)^2 + \left(Y \mp \frac{d_{AB}}{2 \cdot \tan \alpha}\right)^2 - \left(\frac{d_{AB}}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2 = 0, \quad (12)$$

amit a (8) és (9) egyenletekből kaptunk, a φ szögparaméter kiküszöbölésével.

Itt a – előjel a felső, a + előjel az alsó kör egyenletét adja.

A megfelelő körívekhez: „–” $\rightarrow Y > 0$, „+” $\rightarrow Y < 0$.

A 3. ábra is a 2. ábra adataival készült.

Megjegyzések:

M1. A látókörívek szerkesztésének más módja is van, mint az 1. ábrán bemutatott.

M2. Ezen írás készítése során is belebotlottunk egy szóhasználati kérdésbe: látókörről vagy látókörívről van - e szó? Úgy látjuk, hogy a tankönyvek, internetes anyagok egy - formán használják mindkettőt. E cikk írója azt gondolja erről, hogy mindkettő alkalmaz - ható; pl.: a (8), (9), (10) képletek kört írnak le a matematika nyelvén, a (11) reláció pedig kijelöli annak egy használható ívét.

M3. Tanulmányaink során eddig még nem találkoztunk az itteni eredményekkel, melyek jól szolgálhatják a középiskolai matematika - tanulást, illetve - tanítást is.

Forrás:

[1] – **Obádovics J. Gyula:** Matematika

15. kiadás, Scholar Kiadó, Budapest, 1998., 338 ~ 339. o.

vagy:

<http://documents.tips/documents/obadovics-j-gyula-matematika.html>

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
mérnöktanár

Sződliget, 2016. november 26.